

e la (io) da

laonde la potenza di un punto rapporto ad una retta viene per tal guisa ad essere definita come la distanza dal punto alla retta moltiplicata per $1/2$.

Il luogo dei punti d'egual potenza rispetto a due rette è il sistema delle due bisettrici dell'angolo formato da esse, ecc.

L'osservazione che ci ha servito per estendere il teorema primitivo alle curve di grado impari, può essere applicata con maggiore generalità, innalzando il polinomio $f(X, Y)$ ad una potenza intera e positiva m , la quale deve però essere pari quando n è impari. Operando in tal modo e rammentando l'avvertenza già usata, si ottiene il teorema seguente (il quale del resto, come il precedente, è implicitamente compreso in quello enunciato per le curve di grado pari, giacché nulla impedisce di considerare una di queste curve come costituita dal complesso di più altre curve di grado inferiore, alcune delle quali, od anche tutte, possono coincidere fra loro, purché la somma dei singoli loro gradi sia un numero pari) :

Se da un punto nel piano di una curva di grado n si conduce un fascio di p rette

formanti fra loro angoli uguali a α , la media delle potenze m -esime dei prodotti reciproci dei segmenti intercettati su ciascuna di esse fra il punto e la curva, è indipendente dalla direzione del fascio e dal numero p , purché questo numero sia maggiore di $\frac{n}{2}$, ed m sia pari quando n è impari.

Applicando questo teorema alla retta $F - a = 0$ e ponendo l'origine nel punto fisso, si trova semplicemente

donde si conclude che:

La media delle potenze reciproci' $2m$ -esime dei segmenti determinati da una retta fissa sopra un fascio di p rette divergenti da un punto fisso e formanti fra loro angoli

uguali a α , ha per valore

$$\frac{L}{a^{2m}}$$

purché sia $p \geq m$ (a è la distanza dal punto alla retta).

Se invece si considera una conica e si pone il punto fisso nel suo centro, si ha il seguente teorema :

La media delle potenze reciproci $\frac{1}{2m}$ -esime di p semidiametri formanti fra loro angoli uguali a $\frac{\pi}{m}$, e indipendente dal numero p , purché sia $p \geq m$.